Modelli di Programmazione Lineare

Immagine che contiene tavolo

Descrizione generata automaticamente

Casi:

* Esattamente 🡪 e vincoli
* Almeno 🡪
* Al massimo (generico) 🡪 vincolo di
* Sconto 🡪 variabile binaria associata e poi moltiplico il val. iniziale
* Costo fisso 🡪 variabile binaria apposita, da aggiungere poi in f.o.

Andare con calma; individuare le variabili decisionali, scrivere la f.o. e aiutarsi con almeno uno dei vincoli ulteriori, in quanto almeno uno/due servono a capire come scrivere le variabili decisionali.

Attivare sempre le variabili logiche (vuol dire semplicemente metterle in relazione con le variabili decisionali di riferimento, quindi quelle con gli stessi indici)

Nei domini:

* si mette insieme reale () quando si ha la possibilità di avere frazioni/radici, etc. in base alle quantità del problema)
* normalmente, quasi sempre, si mettere nell’insieme degli interi ()

Simplesso

* Funzione obiettivo (se in forma di massimo 🡪 diventa di minimo e cambio i segni; se in forma di minimo si lascia uguale)
* Vincoli di uguaglianza 🡪 Aggiungo le variabili di slack e la disuguaglianza diventa uguaglianza
  + Se si ha la variabile di slack viene aggiunta come positiva
  + Se si ha la variabile di slack viene aggiunta come negativa
* Variabili non negative (vincolo ) 🡪 Aggiungo variabile positiva e cambio il segno a tutte le occorrenze della stessa variabile
* Termini noti non negativi 🡪 Se un termine noto è negativo, cambio segno a tutta la disuguaglianza

Imposto i tableau, ricordando che: ogni volta mi chiedo:

* È in forma canonica? Basta avere le colonne (anche sparse/non in ordine) della matrice identità nel tableau
* È ammissibile? 🡪 Tutti i devono essere positivi (se parto da una base ammissibile, rimango sempre in base ammissibile; mai dire che è impossibile)
* È ottima? 🡪 Devo avere tutti i costi ridotti
* È illimitata? 🡪 Mi trovo ad avere un costo ridotto con tutti i valori negativi sotto
* Entra in base? 🡪 La variabile costo ridotto negativo di indice minimo (Bland); non si va per ordine
* Esce dalla base 🡪 La variabile che ha rapporto minimo prendendo in colonna la variabile entrante e facendo i rapporti minimi
* Ricordarsi che si sostituisce una variabile entrante/uscente esattamente nella posizione da cui è stata tolta (quindi, se da tolgo per far entrare es. , l’ordine rimane )

Ad ogni passaggio, eseguo il pivoting ogni volta prendendo in colonna la variabile che esce e in riga la variabile che entra. Quando trovo la soluzione, considero che è tutta la colonna in cui prendo il valore della funzione obiettivo (solitamente e cambio segno per questo motivo); normalmente, il suo valore migliora tra i passaggi) e come vincoli abbiamo:

* I vincoli laschi, nel momento in cui abbiamo una variabile in base
* I vincoli saturi, nel momento in cui abbiamo una variabile fuori base (quindi, pari a 0)

Nella scrittura della soluzione, si deve considerare che nel tableau abbiamo , dunque va invertito il segno. Poi, si scrivono tutte le variabili (es. ho 7 variabili e scriverò con rispettivo valore (positivo se in base, quindi guardo quello che sta in , 0 altrimenti se fuori base.

Domande ulteriori:

* Individuazione basi ottime senza operazioni di pivot
  + Basta vedere dove sono gli 1 della matrice identità e dove ci sono costi ridotti non negativi [quindi, sia uguali a 0 che maggiori]
* Stabilire, SENZA EFFETTUARE LE OPERAZIONI DI PIVOT, quale sarà il valore della funzione obiettivo alla fine della prossima iterazione del simplesso. GIUSTIFICARE LA RISPOSTA!
  + Usiamo la regola di Bland per selezionare la variabile entrante ed eseguiamo il solito rapporto minimo tra e il punto della variabile entrante
    - Se si ha un rapporto minimo pari a 0, la f.o. non migliora
    - Se si ha un rapporto minimo in cui il minimo elemento è positivo, basta sommare al valore della f.o. il valore dell’elemento con rapporto minimo
      * Si ricordi che per fare questa cosa, si considera il valore della f.o., cioè:
        + Trovo che il rapporto minimo è su 10
        + Il valore della f.o. è
        + Il calcolo sarà
* Alla fine della prossima iterazione sarà cambiata la base corrente: sarà cambiato anche il vertice del poliedro associato alla nuova base? GIUSTIFICARE LA RISPOSTA!
  + Se si ha un’iterazione degenere, il vertice del poliedro non cambia
  + Se invece si ha un’iterazione non degenere, il vertice del poliedro cambia
  + In generale si ragiona che si effettua una sottrazione tra e , per tutte le variabili in base. In base alla regola di Bland e rispetto a chi esce dalla base e letteralmente rifacciamo lo stesso calcolo rispetto alla variabile che entra in base, tenendo le altre. Capiamo così se l vertice è cambiato o meno.

Immagine che contiene testo

Descrizione generata automaticamente

Condizioni primale/duale e passaggio al problema duale

Immagine che contiene tavolo

Descrizione generata automaticamenteRiferite ai domini A vinc. prim. dom. duale & A vinc. duale. dom. prim.

CCPD e Verifica Soluzione ottima

Abbiamo il problema e la verifica di una certa soluzione. Quindi:

1. Verifica ammissibilità primale dela soluzione data 🡪 Sostituisco i valori della soluzione che mi viene data dentro i vincoli e verifico se sono rispettate tutte le disuguaglianze
2. Passaggio al problema duale
   1. La funzione di min/max e viceversa
   2. Considero come termini tutti i termini noti (compresi i loro coefficienti)
   3. Per ogni vincolo, prendo tutti le variabili con coefficienti alla colonna corrispondente alla posizione ,-
      1. Quando passo da a inverto il segno delle disuguaglianze rispetto al corrispondente vincolo primale
      2. Quando passo da a , riporto lo stesso segno delle disuguaglianze del corrispondente vincolo primale
      3. se non c’è nulla per la variabile quando si scrive il vincolo duale, si vede come
   4. Si inseriscono i domini delle variabili, considerando che
      1. Se passo da problema di a problema di , il dominio delle duali corrisponde al segno di uguaglianze/disuguaglianze delle variabili primali
      2. Se passo da problema di a problema di , il dominio delle duali corrisponde all’opposto del segno di uguaglianze/disuguaglianze delle variabili primali
3. CCPD
   1. Primo pezzo: vincoli primali
      1. Prendo posizione della riga attuale e lo moltiplico per il vincolo primale in posizione portando a sinistra il termine noto (cambiando quindi di segno)

Es.

* + 1. Sostituisco quindi i valori della soluzione iniziale data nel vincolo e:
       1. Se ho un valore , allora questo viene considerato come condizione
       2. Se ho un valore , allora non mi dice nulla e non lo considero
    2. Se ho vincoli di uguaglianza non posso dire nulla (*deriva dall’ammissibilità primale*)
  1. Secondo pezzo: vincoli duali
     1. Prendo posizione della riga attuale e lo moltiplico per il vincolo duale in posizione portando a sinistra il termine noto (cambiando quindi di segno)

Es.

* + 1. Sostituisco il valore di in quella posizione e faccio le verifiche dei sottocasi (1) e (2) del primale
    2. Se ho vincoli di uguaglianza, devo verificare che non faccia già parte dei vincoli; nel qual caso lo considero (*deriva dall’ammissibilità duale*), altrimenti no

1. Sistema di equazioni CCPD
   1. Metto insieme tutte le condizioni che ho trovato fino ad ora e vado a sostituire i valori di oppure di che ho già dal sistema di equazioni e risolvo trovando tutte le soluzioni
2. Verifica ammissibilità duale
   1. Verifico se tutti i valori di soddisfano i vincoli duali (cioè, soddisfano le disuguaglianze)
   2. Verifico se tutti i valori di soddisfano il relativo dominio duale (es. soddisfa )
3. Conclusioni:
   1. (Happy Ending)
      1. è ammissibile primale (come da verifica), è ammissibile duale (come da verifica e costruzione,

sono in scarti complementari Le soluzioni sono ottime (il problema dice verifica che sono ottime)

* + 1. Per verifica si confrontino i valori delle f.o. primale e duale; saranno uguali per il corollario della dualità forte
  1. (Bad Ending)
     1. Se non soddisfa i vincoli di dominio, la/le soluzione/i è/sono stata/e trovata/e, ma non è/sono ammissibile/i; pertanto, non è possibile trovare nessuna soluzione ammissibile (il problema dice verifica se sono ottime)

Esercizi con AMPL

*From my understanding*, non appaiono sempre all’esame, ma può succedere. Descrivo i passi utili, almeno per me, per risolverli:

* Creare il file .mod traducendo letteralmente i dati del problema per come si presentano; si inseriscono gli insiemi *(set*), i parametri *param* e le variabili (*var*) logiche (*binary*) oppure intere (*integer*), *seguendo l’ordine degli indici*.
  + Attenzione che i *param* hanno le graffe e gli indici *maiuscoli*
  + Scrivere la funzione obiettivo (*maximize/minimize*), inserendo tutti gli indici necessari alla serie;
  + Descrivere tutti i vincoli (si dia un nome generico), considerando come indice più esterno quello della condizione di esistenza (quindi, se avrò a fianco al vincolo allora una serie sarà descritta come

*s {j in J}: sum{i in I} (etc)*

* Creare il file .dat considerando di valorizzare insiemi e parametri esattamente come dati dal problema; quindi, si inserisce sempre per ogni variabile del problema che sia *in linea* (scrivibile su una sola riga)
  + Se si ha a che fare con dati in forma matriciale, prima vanno i due punti, si inserisce in riga il primo indice (normalmente ), poi vanno messi i e si inserisce in colonna il secondo indice (normalmente )
  + Mettere il alla fine di ogni variabile/comando/variabile matriciale
* Scrivere il file *.run* minimale (*reset, model (file), data (file), option solver (cplex/gurobi, etc.), display (vars)*